Journal of Curriculum and Teaching Methodology (JCTM) • Vol 4, Issue 5 (2025) • P: 81 - 67
https://journals.ajsrp.com/index.php/jctm
ISSN: 2790-7333 (Online) • ISSN: 2790-7325 (Print)

Between Local Perspectives and Theories: A Study of Derivative Teaching Practices in Secondary Schools in Palestine

Dr. Saja Akram Fares

Higher Institute of Education and Continuing Training | Virtual University of Tunis | Tunisia

Received: 11/01/2025

Revised: 19/01/2025

Accepted: 19/02/2025

Published: 30/05/2025

* Corresponding author: keefu19881988@gmail.com

Citation: Fares, S. A. (2025). Between Local Perspectives and Theories: A Study of Derivative Teaching Practices in Secondary Schools in Palestine. *Journal of Curriculum and Teaching Methodology, 4*(5), 67 – 81. https://doi.org/10.26389/AJSRP.K130125

Abstract: This study aimed to explore the teaching practices of three mathematics teachers in teaching the concept of derivatives in classrooms in Palestine, with a focus on how to activate the local perspective in the teaching process. The study included three main phases: interviews with three teachers in secondary schools in Palestine, observing their practices while teaching derivatives, and analyzing the data using a theoretical framework. The teachers' practices were analyzed in the context of teaching the tangent line equation and the derivative function using video recordings and direct observations. The study showed how semiotic resources such as graphs and symbols contribute to the development of the local perspective of 45 students, distributed across three classrooms, regarding the mathematical concept during the didactic transposition process. It also led to identifying two different teaching methods related to derivatives, based on different conceptual images of the tangent line: the secant line limit and the best linear approximation. These methods were discussed by illustrating the different levels of intervention of the perspective used in working on functions, where its presence was observed to be weak and ambiguous. Therefore, the study recommended the development of the curriculum by working on improving the scientific composition in teaching derivatives and emphasizing the necessity of activating the local perspective on functions, not only in the topic of derivatives but also in the entire Palestinian mathematics curriculum.

Keywords: derivative, local perspective, semiotic resources. didactic transposition, Mathematics teachers, secondary school.

بين المنظورات المحلية والنظريات: دراسة ممارسات تدريس المشتقة في المدارس الثانوية في فلسطين

د/ سجى أكرم فارس

المعهد العالي للتربية والتكوين المستمر | جامعة تونس الافتراضية | تونس

المستخلص: هدفت الدراسة إلى تحليل ممارسات ثلاثة معلمين في تدريس مفهوم المشتقة في الفصول الدراسية في فلسطين، مع التركيز على كيفية تفعيل المنظور المحلي في عملية التدريس. وشملت الدراسة ثلاث مراحل رئيسية: المقابلات مع ثلاثة معلمين في المدارس الثانوية في فلسطين، مراقبة ممارساتهم أثناء تدريس المشتقة، وتحليل البيانات باستخدام الإطار النظري. تم تحليل ممارسات المعلمين في سياق تدريس معادلة خط المماس ودالة المشتقة باستخدام أشرطة الفيديو والملاحظات المباشرة. أظهرت الدراسة كيف تساهم الموارد السيميائية مثل الرسوم البيانية والرموز في تطوير المنظور المحلي للطلاب البالغ عددهم 54 طالباً موزعون على ثلاث فصول دراسية حول المفهوم الرياضي أثناء عملية النقل الديداكتيكي كما قادت إلى تحديد اثنتين من طرق التدريس المختلفة ذات الصلة بالمشتقات، التي تستند إلى صور مفاهيمية مختلفة لخط المماس: نهاية الخطوط القاطعة (القواطع)، والأخرى، أفضل تقريب خطي. وتمت مناقشتها من خلال توضيح المستويات المختلفة لتدخل المنظور المستخدم في العمل على الدوال حيث لوحظ وجوده بشكل ضعيف ومبهم، ولهذا أوصت الدراسة بتطوير البرنامج التعليمي من خلال العمل على تحسين التكوين العلمي في تعليم المشتقة، والتأكيد على ضرورة تفعيل المنظور المحلي على الدوال ليس فقط في موضوع المشتقة، وانما في منهاج الرياضيات الفلسطيني ككل.

الكلمات المفتاحية: المشتقة، المنظور المحلي، الموارد السيميائية، النقل الديداكتيكي، معلمو الرياضيات، المرحلة الثانوية.

1- المقدمة.

تم إدخال حساب التفاضل والتكامل في الرياضيات من خلال القيم اللامتناهية الصغر التي تعبر عن التغير الدقيق في الحالة، التي استخدمها كل من ليبينز ونيوتن وأويلر ولاغرانج وبرنولي وكثيرون غيرهم في حساب التفاضل والتكامل، إلا إنهم عثروا على حالات شاذة في الإجراءات الجبرية عندما تتضمن كميات لامتناهية الصغر، ولا يمكن تفسير هذه الحالات الشاذة بواسطة نموذج مقبول شامل(Eugene & Kleinberg,1979). وهنا طُوّر مفهوم المشتقة ليمثل أداة أساسية في تحليل الدوال الرياضية، حيث يُمكّن من دراسة سلوك الدوال وتفاعلها مع متغيرات الزمن والمكان، ما يجعله حجر الزاوية في الرياضيات التحليلية وتطبيقاتها (نجيب، 2008). كما يعد حساب التفاضل والتكامل أداة رياضية لدراسة معدل التغير، المساحة تحت المنحنى، والنهايات. من خلال التعبير بدقة عن معلومات معدل التغير لدالة معينة في موقع معين، مثل الميل، المساحة، والانحناء، الأمر الذي يساعد في فهم وحل المشكلات المتعلقة بالتغيرات في الفيزياء، والهندسة، وعلم الأحياء، ومواضيع أخرى(Zihao,2024).

وتشير التجارب مع المعلمين إلى أن الطلاب يجدون تعلم قواعد التفاضل سهلاً نسبيًا من الناحية الحسابية. ومع ذلك، فإن فهم المشتق ككائن رياضي، وخاصة كدالة، واستخدامه كأداة لحل المشكلات يمثل تحديًا أكبر. ومن الجوانب الأساسية التي يجب على المعلمين تعزيزها هي قدرة الطلاب على إدراك الأبعاد المحلية للدالة التي يتم تفاضلها(Sebsibe,2019).

1-2-مشكلة الدراسة:

يتم تقديم الجبر لحساب التفاضل والتكامل في نهاية المرحلة الإعدادية، ويولى اهتماماً كبيرة في العامين الأولين من المدرسة الثانوية في فلسطين، حيث يتم ربطه بدراسة نظام الأعداد وخصائصها، وحل المعادلات والمتباينات. ويأخذ حساب التفاضل والتكامل الحيز الأكبر خلال العام النهائي من المدرسة الثانوية، مع دراسة منهجية للدوال والنهايات وحساب الاشتقاق والتكامل. في فلسطين، ووفقاً لوحدة التكون التربوي في فلسطين فقد أظهرت دراسة أن 65% من الطلاب يواجهون صعوبة في فهم مفاهيم حساب التفاضل والتكامل، مما يعكس فجوة كبيرة في الانتقال بين ما يتم تدريسه في المدرسة الثانوية وما سيواجهونه في المرحلة الجامعية. كما أظهرت أن هناك تراجعًا في الفهم العميق للمفاهيم الأساسية في الرياضيات في المدارس الثانوية، مما يعكس الحاجة الملحة لإعادة النظر في طرق تدريس التفاضل والتكامل في المدارس الثانوية حيث نجد هناك بعض الأعمال على الدوال الأولية، والتي هي في الأساس جبرية وهندسية. وهذا معناه اعتماد حساب التفاضل والتكامل الذي تم دراسته في المدرسة الثانوية بقوة على العمل الجبري. ونعيد تساؤلنا هنا: هل هذا يكفي لجعل الطلبة يتقنون بشكل مناسب المفاهيم الأساسية لحساب التفاضل والتكامل؟ هل الطالب مستعد بشكل جيد للتعامل مع الرياضيات التي سيدرسها في الجامعة؟ وبالتالي، فنحن بحاجة إلى معرفة مدى تمكن المعلمين من تدريس التفاضل والتكامل الذي يعتبر حلقة الوصل بين المرحلتين ومن هنا ظهرت لدينا الحاجة لمعرفة كيف يتم الانتقال من الجبر إلى حساب التفاضل والتكامل في تدريس مفهوم الاشتقاق.

1-3-أسئلة الدراسة

تتحدد مشكلة الدراسة الحالية في الأسئلة الآتية:

1- ما طبيعة المنظورات المفعلة في تدريس المشتقات، وما هو دورها (بالتحديد المنظور المحلي)؟

2- ما الدور الذي تلعبه التحولات البيداغوجية (التغيير في الأساليب التعليمية) في تدريس مفهوم المشتقة، وكيف تؤثر هذه التحولات على الطلاب في فهمهم لمفاهيم الرياضيات مثل المشتقة؟

1-4-أهداف الدراسة

تهدف الدراسة الحالية إلى تحقيق الآتي:

1. دراسة المنظورات المفعلة في تدريس المشتقة وبالذات المنظور المحلي.
2. تحليل ممارسات المعلمين في تدريس معادلة المماس ودالة المشتقة.
3. استكشاف كيفية استخدام المعلمين للموارد السيميائية في تعزيز فهم الطلاب لمفهوم المشتقة.

1-5-أهمية الدراسة

تتمثل أهمية الدراسة في جانبين أساسين هما:

- **الأهمية النظرية:** تتمثل الأهمية النظرية لهذه الدراسة في تقديم إطار مفهومي معمق لفهم دور الممارسات التعليمية في تدريس مفاهيم رياضية معقدة مثل المشتقة، مع التركيز على تفعيل المنظور المحلي في العملية التعليمية. من خلال هذه الدراسة، يتم إلقاء الضوء على كيفية استخدام المعلمين للموارد السيميائية (كالرسوم البيانية والرموز) في تعزيز فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية، الأمر الذي يعزز من النظرية الخاصة بالنقل الديداكتيكي وكيفية انتقال المعرفة من المعلم إلى الطالب. علاوة على ذلك، تقدم الدراسة منظورًا جديدًا لدمج المنظور المحلي في تدريس الرياضيات، وهو مفهوم لا يزال في حاجة إلى مزيد من الفهم والتطوير في السياقات التعليمية المختلفة. بالتالي، يمكن لهذه الدراسة أن تساهم في إثراء الأدبيات المتعلقة بتدريس الرياضيات في السياقات الثقافية المحلية، وخصوصًا في فلسطين.
- **الأهمية التطبيقية**: أما على الصعيد التطبيقي، فإن نتائج هذه الدراسة تقدم فوائد عملية مباشرة للمعلمين والباحثين والمخططين التربويين في فلسطين وحول العالم. توضح الدراسة كيفية تفعيل المنظور المحلي في تدريس مفاهيم الرياضيات المعقدة، وهو ما يمكن أن يساعد المعلمين في تحسين استراتيجيات التدريس وجعلها أكثر توافقًا مع السياق الثقافي والمحلي. من خلال تحليل ممارسات المعلمين باستخدام الموارد السيميائية، ويمكن للدراسة تقديم أساليب وأساليب تدريس قابلة للتطبيق لتحسين تعلم الطلاب وتطوير استراتيجيات تدريس أكثر فعالية. كما أن تطوير البرامج التعليمية والتدريبية للمعلمين في مجال تدريس المشتقة يسهم في تحسين الكفاءة التعليمية في المدارس الثانوية الفلسطينية. مما يجعل هذه الدراسة بمثابة مرجع هام للممارسين في مجال التعليم العالي والمتوسط لتبني وتكييف المنظورات المحلية في تدريس الرياضيات بشكل عام.

6-1-حدود الدراسة

تقتصر حدود الدراسة على:

- الحدود البشرية: ثلاثة معلمين لمادة الرياضيات في التعليم الثانوي من ذوي الخبرة.
- الحدود المكانية: ثلاث مدارس في محافظات فلسطين وهي نابلس ورام الله وأريحا.
- الحدود الزمانية: الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي 2023-2024.

7-1-مصطلحات الدراسة

- **المشتقة**: المشتقة: بفرض أن $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ نقول أن f لديها مشتقة عند $x_0\in(a,b)$ إذا كانت $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ موجودة وغير منتهية. فإن هذه النهاية تسمى المشتقة الأولى (أو المشتقة ببساطة) للاقتران f عند x_0، ويتم تمثيلها بواحدة من الرموز التالية:

$$f`(x_0)\ \left.\frac{df}{dx}\right\}_{x=x_0}\ Df(x_0)\ \dot{f}(x_0)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f`(x_0)$$

ويسمى الخط المستقيم للمعادلة $y=f(x_0)+f`(x_0)(x-x_0)$ بالخط المماس للتمثيل البياني لـ f عند النقطة، $(x_0, f(x_0))$. كما يتم تقديم فكرة المشتقة كميل لخط المماس، ويتم تعريفه على أنه نهاية قاطع الاقتران.(عمايرة، الشرفات والخطيب، 2017).

- **المنظور المحلي**: هو التركيز على الخصائص المحلية للدالة في جوار نقطة معينة وتسمى خاصية الدالة عند الدال f محلية (local)عند النقطة x_0 إذا كانت تعتمد على قيم f المجاورة لـ x_0، كأن نقول f لها نهاية عند x_0، أو أن نقول أن f متصلة أو قابلة للاشتقاق في x_0 أو أن نقول أن f مهملة (ضئيلة) مقارنة بدالة أخرى مجاورة لـ x_0، وما إلى ذلك (Vandebrouck,2011).
- **الموارد السيميائية**: مجموعة من العلامات والرموز التي تُستخدم معًا لنقل معنى معين أو لتحقيق هدف تواصلي محدد. وهي مجموعة من العناصر السيميائية التي تشكل وحدة تحليلية في النصوص أو الممارسات الثقافية(Ernest,2006).
- **النقل الديداكتيكي:** تحويل الدراية العارفة إلى دراية تعليمية أو تدريسية، مع العلم أن هذه الأخيرة تختلف عن الدراية المدرسة التي تختلف بدورها عن الدراية المتعلمة (غريب، 2006).

2- الإطار النظري والدراسات السابقة

2-1-الإطار النظري:

2-1-1-طرق التفاضل والتكامل:

اقترح العديد من علماء الرياضيات في الماضي والحاضر طرقًا مختلفة للتفاضل والتكامل. من بين هذه الطرق البارزة، هناك طريقة نيوتن للتفاضل والتكامل السائل وطريقة لايبنتز للتفاضل والتكامل، اللتان لا تزالان تُستخدمان على نطاق واسع حتى اليوم. فكانت الكميات اللانهائية الصغيرة (اللامتناهيات) أساسية في تطوير التفاضل والتكامل، فقد استخدم كل من لايبنتز ونيوتن كميات لا نهائية صغيرة لشرح معدل التغيير المستمر. وقدّم لايبنتز اللامتناهيات لحل مشكلة المشتقات والتكاملات، بينما استخدم نيوتن مصطلح "عدد التدفق" لوصف عملية التغيير. بالإضافة إلى تبسيط الحسابات، مما مهد إدخال الكميات اللانهائية الطريق لتطوير نظرية الحد الأكثر الأمر الذي دفع للتركيز على أهمية المنظور المحلي (Tszching,2024).

يتشكل نظام المعتقدات لدى معلم الرياضيات قبل بداية حياته المهنيه في التدريس، بحيث يحمل العديد من المعتقدات والتصورات نحو طبيعة الرياضيات ونحو تعلمها وتعليمها متأثراً بتجربته في المدرسة والجامعة في تعلم الرياضيات، ويتطور هذا النظام أو يتغير لدى المعلم وفقاً لتجربته الخاصة وخبرة زملائه في المهنة، كما يلعب الطلبة دوراً مهماً في تشكيل وتعديل هذه المعتقدات لديه. ومن خلال ما سبق تتباين معتقدات معلمي الرياضيات، فمنهم من يعتقد بأن الرياضيات مجرد معرفة يمكن تلقينها بيسر وسهولة، ومنهم من يعتقد بأن الرياضيات يصعب فهمها من قبل الطلبة دون توجيه وتدخل من قبل المعلم (الطراونه وخصاونه، 2018).

وتظهر العديد من الأبحاث في تعليم الرياضيات أن تدريس الرياضيات يتأثر بشكل كبير بنظام الاعتقاد والمعرفة، ووفقا لزكريا وعدنان فإن المعلمين يحملون معتقدات غير تقليدية ويتمثل دور الطالب باكتشاف المعرفة الرياضية، أما دور المعلم فيتمثل بتوجيه وتشجيع الطلبة في تفسير أفكارهم ((Zakaria & Adnan, (2010). أما شوينفيلد فهو يبني نظريته في اتخاذ القرار على ثلاثة مكونات أولها الموارد (بما في ذلك المعرفة)، التوجهات (أو المعتقدات) ثم الأهداف، بحيث يرى أن تفاعل وتكامل هذه العناصر يحدد عملية صنع القرار لدى المعلم، خاصة عندما يتعين عليه التعامل مع حدث غير متوقع في شرح الدرس (Schoenfeld, 2011). وركزت دراسة فورينغيتي ومورسيلي بشكل خاص حول تأثير تدريس الإثبات على معتقدات المعلمين، مشيرتين إلى أنهم يمكن أن يكونوا موجهين داخليًا (أنفسهم كأشخاص، كمتعلمين، كمعلمين) أو موجهين خارجيًا (طبيعة الرياضيات، طبيعة تعليم وتعلم الرياضيات)(Furinghetti & Morsellli,2011).

علاوة على ذلك، فإنهم يؤكدون على السؤال المهم المتمثل في التناقضات بين المعتقدات والممارسات التعليمية، ولكشف مشكلة التناقضات، سيتم النظر في المعتقدات التي تقود إلى الطريقة التي يتعامل بها المعلم مع كائن رياضي/عملية رياضية معينة، ووفقًا للخصائص التي يتم أخذها في الاعتبار عند دراسة دالة معين، يمكن أن يكون المنظور المعتمد نقطياً أو شاملا أو محليًا. باتباع Vandebrouck (2011a,2011b)، سيتم تحديد الخصائص العامة والمحلية المعينة على دالة حقيقية معينة f لمتغير حقيقي واحد كما يلي.

تسمى خاصية الدالة f عند نقطة معينة x_0 نقطية (pointwise) عندما تعتمد فقط على القيمة المعطاة ل f عند x_0.مثلاً: $f(x_0) = 3$ هي خاصية نقطية بحيث أنها لا تعطينا أية معلومات عن $f(x_1)$ عندما $x_1 \neq x_0$.

بعد ذلك، لدين الخصائص الشاملة (global) للدالة f التي تدور حول الفترات: التماثل، الدورية، الإشارات ومعدل التغير، الخ. على سبيل المثال عندما نقول بأن الدالة f تتزايد على الفترة (a,b)، فإن هذه الخاصية تسمى شاملة.

وأخيراً، عندما تسمى خاصية الدالة عند الدال f محلية (local)عند النقطة x_0 إذا كانت تعتمد على قيم f المجاورة ل x_0، كأن نقول f لها نهاية عند x_0، أو أن نقول أن f متصلة أو قابلة للاشتقاق في x_0 أو أن نقول أن f مهملة (ضئيلة) مقارنة بدالة أخرى مجاورة ل x_0، وما إلى ذلك.

2-2-الدراسات السابقة:

- **هدفت دراسة (Legaspino & Acorda,,2024)**، إلى كشف استراتيجيات التحفيز للتعلم الذاتي المنظم في حساب التفاضل والتكامل بالنسبة للمتغيرات المختارة مثل الموقف تجاه التكنولوجيا والأداء الأكاديمي في حساب التفاضل والتكامل. واستخدمت الدراسة منهجية البحث المختلط. كانت عينة الدراسة من طلاب الهندسة في مدرستين خاصتين في مدينة تاجوم، الذين كانوا مسجلين خلال السنة الدراسية 2022-2023، وبلغ عدد المشاركين 321 طالبًا، باستخدام تقنية العينة العشوائية الطبقية. تم استخدام الأدوات الإحصائية مثل المتوسطات، واختبار تي، واختبار بيرسون، والتحليل الموضوعي في تفسير البيانات المجمعة.وأظهرت النتائج أن التعلم الذاتي المنظم يظهر في معظم الأوقات، وأن استراتيجيات التحفيز للتعلم في حساب التفاضل والتكامل ملاحظة. لم تكن هناك فروق ذات دلالة إحصائية في مستوى استراتيجيات التحفيز للتعلم حسب الجنس، ولكن تم العثور على فروق ذات دلالة عند تصنيف المشاركين حسب المدرسة. كما تبين أن الموقف تجاه التكنولوجيا ظاهر، ولم تكن هناك فروق ذات دلالة في مستوى الموقف تجاه التكنولوجيا حسب الجنس

والمدرسة. وكان الأداء الأكاديمي للمشاركين في حساب التفاضل والتكامل يتوافق مع التوقعات في بعض الأحيان. ولم تكن هناك فروق ذات دلالة في مستوى الأداء الأكاديمي حسب الجنس والمدرسة. كما لوحظ أن هناك علاقة ذات دلالة بين استراتيجيات التحفيز والتعلم الذاتي المنظم في حساب التفاضل والتكامل، ووجود علاقة ذات دلالة بين استراتيجيات التحفيز والموقف تجاه التكنولوجيا، وكذلك بين استراتيجيات التحفيز والأداء الأكاديمي في حساب التفاضل والتكامل. تم التوصل إلى أربعة مواضيع رئيسية حول المشاكل والتحديات التي يواجهها الطلاب في تعلم حساب التفاضل والتكامل: 1. نقص المعرفة بالمفاهيم، 2. ضعف التطبيق، 3. الصيغ والعمليات المعقدة و4. الارتباك في فهم المشاكل الرياضية. بناءً على هذه النتائج، يمكن للطلاب تعديل الاستراتيجيات التي يستخدمونها في اكتساب التعلم. ويُشجَع المعلمون على متابعة تقدم الطلاب بشكل مستمر، خاصة في الأداء الأكاديمي، من أجل خلق تدخلات مناسبة وتلبية احتياجات المتعلمين لزيادة أدائهم الأكاديمي حيث يساعد فهم مستوى هذه المجالات في تعزيز فعالية تعلم الرياضيات في حساب التفاضل والتكامل وزيادة الأداء الأكاديمي بين طلاب الهندسة.

- **دراسة كي لي وهونج (ki lee ,Hong ,2022)** فحصت هذه الدراسة تفضيلات مدرسي التفاضل والتكامل في جامعة لوا في الولايات المتحدة الأمريكية في حل مسألتين من حساب التفاضل والتكامل لفحص استخدام معلمي حساب التفاضل والتكامل بالجذور المعرفية المهمة في فهم اقتران المشتقة، تم استخدام المقابلات القائمة على حل المسائل لجمع البيانات لهذه الدراسة. أجريت هذه الدراسة في كلية المجتمع الحضري على مدى فصلين دراسيين. تطوع سبعة من مدربي حساب التفاضل والتكامل وتم تكليفهم بمسائل حول المشتقة في حساب التفاضل والتكامل وطُلب منهم إظهار مناهجهم لحل هذه المسائل. أظهرت النتائج أن مدرساً واحداً فقط يستخدم الجذور المعرفية باستمرار بينما يركز المدرسون الآخرون على الطرق الجبرية أو الاعتماد على معرفة الطلاب السابقة وإظهار توجهاتهم والصعوبات التي يواجهونها، الأمر الذي كشف عن ما يختبره الطلاب عند دراسة اشتقاق الاقتران بحيث يتمتع طلاب المجموعة الأولى بمزيد من المعرفة باستخدام طرق مختلفة حيث تتوفر لديهم جميع الأساليب لتعلم الأساليب المرئية (الرسومية)، بينما القسم الثاني من الطلاب كان على دراية كبيرة بالطرق الجبرية والقدرة على حل هذه المشكلات جبريًا،ولكن لديهم فرص محدودة للتعرف على الجذور المعرفية للمشتقات والتفكير المتغاير والطرق المرئية.
- **وناقشت دراسة كوكي وغريفيثس (Kouk&iGrifiths,2021)** الجوانب السيميائية في مقدمة مساق المعادلات التفاضلية من خلال إجراء تحليل مقارن، بحيث طرح أسئلة شائعة على الطلاب في الولايات المتحدة الأمريكية وتونس في امتحانات منتصف الفصل الدراسي التي فحصت الكفاءات التحليلية والرسوم البيانية. كان الغرض من هذه الدراسة هو مقارنة قدرة الطلاب على التحويل بين الجبر والرسوم البيانية عند الإجابة على الأسئلة في فئة المعادلات التفاضلية. كان عدد المشاركين في الدراسة في البداية 127 طالبًا جامعيًا، و67 طالباً في الولايات المتحدة، و60 طالباً في تونس. في كلتا البلدين، تم أخذ الدورة بشكل حصري تقريباً من قبل أولئك الذين يدرسون الهندسة وتضمنت الموضوعات الأساسية للمعادلات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية وأشكال لابلاس. وأشارت النتائج إلى أنه في كلا الفصلين، كانت قدرة الطلاب على الإجابة على الأسئلة التحليلية أعلى بكثير من قدرتهم على الإجابة على الأسئلة البيانية المقابلة لها، خاصة في الولايات المتحدة الأمريكية، وبفرض أن الخصائص البيانية للاقترانات الأساسية لم يتم إعادتها من قبل الطلاب عند دخول المساق. لذلك فقد أكد الباحثان على أهمية معالجة هذه المشكلة في بداية الفصل الدراسي، مع طرق التدريس الموجهة نحو الاستفسار والاستخدام المناسب لأنظمة الجبر الحاسوبية التي تقدم طرقًا لتعزيز الكفاءة في التحويل بين الاقترانات المختلفة. وهدفت دراسة أتاسوي (Atasoy,2020) إلى قياس اتجاهات الطلاب الذين يدرسون في قسم الرياضيات حول موضوع المشتقات. وتم التحقيق في وجهات نظر الطلاب حول مسألة المشتقات في أبعاد مختلفة في الدراسة في تركيا، طُلب من 194 طالب رياضيات، 82 ذكرًا و112 أنثى، ممن درسوا في العام الدراسي 2020-2021 سؤالًا يتكون من 40 فقرة ذات ثلاثة أبعاد ومقياس ليكرت المكون من 5 نقاط. تم التحقيق فيما إذا كان الطلاب الذين أخذوا دورة التعزيز والطلاب الذين لم يأخذوا دورة التعزيز أثناء تعليمهم في المدرسة الثانوية يختلفون في وجهات نظرهم حول المشتقات. وفقاً لعدد الأسئلة التي حلها الطلاب بشكل صحيح في اختبار الرياضيات ÖSYM، وتم في الدراسة استخدام مقياس يسمى مواقف مرشحي معلم الرياضيات الابتدائية تجاه موضوع المشتقات الذي طوره (كارا، 2014). في الدراسة، تم إجراء تحليل العوامل باستخدام برنامج حزمة SPSS. لوحظ أن لديهم وجهة نظر إيجابية حول مسألة المشتقات التي رأوها في كورس التحليل في الجامعة.
- **وهدفت دراسة هو اتونج ومين دو (Duc,Minh & Tong,Huu.2021)** إلى إعطاء الطلبة فهماً كاملاً لمفهوم المشتقات وفي نفس الوقت مساعدتهم على إدراك التطبيقات الهامة للمشتقات في العديد من مشاكل الفيزياء، والتي يرى الطلبة من خلالها الارتباط الوثيق بين الرياضيات والفيزياء. نظراً لأن هذه كانت دراسة حالة، فقد تضمنت العينة 30 طالبًا فقط من الصف الحادي عشر في مدينة هوشي منه في فيتنام. تضمنت الأداة مسائل فيزيائية مصممة لتظهر للطلاب ارتباط مفهوم المشتقة ببعض المواقف في الفيزياء. وتم الحصول على بيانات موثوقة، بما في ذلك أوراق عمل الطلبة ومحادثات المعلم، وتم تحليلها نوعياً لتوضيح فهم الطلبة للمفاهيم المشتقة وقدرات حل المشكلات. وتم الإبلاغ عن أنه بمجرد تحديد حد نسبة الزيادة المزدوجة للمشتقة، وأدرك الطلبة المشاركون في التجارب الأهمية العامة

للمشتقة في حساب معدل تغير الكمية اللحظي. وشجع هذا النهج متعدد التخصصات أيضاً على استخدام المشتقات في العديد من السياقات المختلفة للعلم والممارسة، لا سيّما في الرياضيات والفيزياء.

- **أما دراسة جرادات وخصاونه (Jaradat,Khasawneh,2019)** فقد هدفت إلى تقصي فاعلية التدريس وفق موقع ويب تعليمي – تعلُّمي مقترح في تنمية الفهم المفاهيمي لدى طلبة التخصصات العلمية في أساسيات حساب التفاضل والتكامل في السنة الجامعية الأولى. وتكونت عينة الدراسة من (63) طالباً وطالبة، موزعين على مجموعتين إحداهما تجريبية وعددها (25) طالباً وطالبة، درِّست باستخدام موقع الويب التعليمي، وأُخرى ضابطة وعددها (38) طالباً وطالبة، درست بالطريقة التقليدية. لأغراض جمع البيانات، استُخدم اختبار الفهم المفاهيمي ويضم أربعة مجالات: المعرفة المفاهيمية؛ التمثيلات المتعددة؛ الربط المفاهيمي؛ حل المسألة. وكشفت النتائج عن وجود فروق جوهرية في درجات الطلبة باختبار الفهم المفاهيمي الكلي البعدي وعلى مستوى كل مجال من مجالاته الأربعة ولصالح المجموعة التجريبية التي درست بإستخدام موقع الويب. وكذلك صُنِّفت التغذية الراجعة التي قدَّمها الطلبة ضمن أربعة مجالات، وهي: تعزيز الفهم المفاهيمي، وتحسين المعتقدات والإتجاهات نحو الرياضيات، وتحقيق التعلُّم النشط داخل الغرفة الصفية وخارجها، وتنمية التفكير الرياضي. وأوصت الدراسة بتشجيع أعضاء هيئة التدريس على دمج منهجيات التعليم والتعلُّم القائمة على الويب في مساقاتهم. أما دراسة بني عطا والزعبي (Bani ata&Alz'oubi) فقد هدفت إلى الكشف عن المستوى المفاهيمي للمشتقة لدى طلاب جامعات جنوب الأردن، والصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل عليها، وقد تكونت العينة من (170) طالباً وطالبة من طلبة كليتي العلوم والهندسة من مجتمع الدراسة بحيث تم بناء اختبار للفهم المفاهيمي للمشتقة وإخضاع، عينة الدراسة لها، وقد أظهرت نتائج الدراسة انخفاضاً في مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة بشكل عام، وفهم المشتقة في سياقي التمثيلات الرمزية والعددية، وإدراك العلاقات بين المشتقة ومعدل التغير والنهاية لدى الطلبة، بحيث أن مستوى الطلاب وصف بأنه متوسط من حيث فهم المشتقة في سياق التمثيلات المادية والتمثيلات البيانية، وإدراك العلاقات بين المشتقة وميلي المماس والقاطع.وأظهرت النتائج أيضاً عديد من الصعوبات التي تواجه الطلبة أثناء حل مسائل على المشتقة، منها تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عند نقطة معينة عندما تساوي قيمة ثابتة بيانياً.

- **ومن ناحية أخرى فقد تناولت دراسة آدم(Adam,2013)** معرفة الطلاب المفاهيمية للنهايات في حساب التفاضل والتكامل: دراسة حالة بنائية من جزأين فقد بحثت دراسة الحالة هذه في معرفة الطلاب المفاهيمية للحدود في حساب التفاضل والتكامل من خلال إجراء مقابلات شبه منظمة. وجهت الدراسة مبادئ التعلم البنائية لبياجيه وإيهيلدر بالإضافة إلى نظريات الفهم من قبل Skemp. في المرحلة الأولى، تم إجراء دراسة تجريبية مع 15 طالبًا من فئة Calculus III. باستخدام 41 مهمة من نوع الكتاب المدرسي التقليدي والمهام غير التقليدية، وتم استكشاف الطرق المختلفة التي يفكر بها الطلاب في الاقترانات، والنهايات عند نقطة ما، والنهاية عند اللانهاية والنهايات غير الموجودة. تضمنت المهام اقترانات مستمرة وغير مستمرة. في المرحلة الأولى، تم اختيار طالبين بمفاهيم مختلفة للنهايات ومستويات القدرة للتحليل الأولي. أدت النتائج إلى تحقيق متابعة أكثر تعمقًا يُشار إليه بالمرحلة الثانية، والتي استكشفت ما يعرفه الطلاب عن النهايات فيما يتعلق بتعريف النهاية واللانهاية بالإضافة إلى معرفة المجالات. تم اختيار أربع حالات طلابية من بين تسع حالات بناءً على موضوعات تفاهمات ناشئة مماثلة. يتم تفسير النتائج من حيث الإطار البنائي وتشير إلى أن الطلاب يستوعبون المعلومات حول النهايات في مجموعة متنوعة من هياكل المعرفة المفاهيمية الفريدة التي تتطور في النهاية إلى نموذج تعليمي. نظرًا لطبيعة معرفة محتوى المنهاج، فإن هذه المخططات إما مناسبة أو تحتاج القليل من التعديل. تمت مناقشة الآثار المتعلقة بتحسين الممارسات التعليمية، والتمييز بين التدريس للمتعلمين المتنوعين، وحدود التدريس بطرق ذات مغزى عبر المناهج الدراسية.

- **وهدفت دراسة السلولي (2012)** إلى استقصاء المعرفة المفاهيمية (Conceptual Knowledge) المتعلقة بموضوعات التفاضل لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية، وقد استخدمت الدراسة اختباراً لقياس المعرفة المفاهيمية للمعلمين؛ بهدف الإجابة عن أسئلة الدراسة. طبق الاختبار على عينة مكونة من 40 معلماً يمارسون التدريس في عدد من المدارس الثانوية في إحدى إدارات التربية ولتعليم بالمنطقة الوسطى. وقد أظهرت النتائج أن المتوسط العام لمعرفة المعلمين المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل بلغ نسبة 36.68 من 56 بنسبة مئوية 65.5%، وتشير هذه القيمة إلى أن المعلمين يمتلكون درجة متوسطة من المعرفة المفاهيمية، كما أظهرت نتائج الدراسة أن المعلمين غير قادرين على استخدام الحقائق والعلاقات البسيطة عندما تقدم بسياقات جديدة، أو تعرض بطريقة مختلفة عما اعتادوا عليه، كما أنهم يميلون إلى النظر إلى المفاهيم المختلفة المتعلقة بالتفاضل على أنها مفاهيم منفصلة، وهم في كثير من الأحيان غير قادرين على الربط بين هذه المفاهيم للوصول إلى استنتاجات منطقية وصحيحة. بالنسبة لاختبار الفروق المتعلقة بخصائص المعلمين من حيث الخبرة والمؤهل، أظهرت النتائج عدم وجود فروق دالة إحصائياً في المعرفة المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل تعزى لمتغيري عدد سنوات الخبرة، والمؤهل.

2-2-2-التعقيب على الدراسات السابقة:

تساهم الدراسات السابقة بشكل كبير في توجيه وتعميق فهم موضوع البحث الحالي، الذي يركز على تعزيز الفهم المفاهيمي للاشتقاق. فدراسةHong, ki lee (2022) تقدم رؤى حول كيفية استخدام أساليب تدريس متنوعة مثل الجذور المعرفية والطرق الرسومية في تدريس الاشتقاق، مما يساعد في تحديد الأساليب التي يمكن أن تسهم في تحسين فهم الطلاب للمفاهيم المتعلقة بالاشتقاق، مثل مفهوم المشتقة وارتباطها بالتمثيلات البيانية. بينما تسلط دراسة كوكي وغريفيثس (2021) الضوء على التحديات التي يواجهها الطلاب في التحويل بين التمثيلات الجبرية والبيانية للاشتقاق، مما يبرز أهمية تطوير طرق تدريسية تساعد الطلاب على التنقل بين هذه التمثيلات بشكل أكثر كفاءة وفهم العلاقة بينهما. دراسة أتاسوي (2020) وDaphne & Acorda (2024) تركز على تأثير الدورات التعزيزية في فهم الطلاب للاشتقاق، مما يعزز فكرة أن استخدام استراتيجيات مختلفة من الممكن أن يساهم في تحسين الفهم العميق للمفاهيم. من جانب آخر، دراسة جرادات وخصاونه (2019) تساهم في البحث الحالي من خلال دعم استخدام تقنيات التعليم الرقمية التي تعزز الفهم المفاهيمي للاشتقاق وتوفر بيئة تعليمية تفاعلية يمكن أن تسهم في فهم الطلاب لهذا المفهوم الرياضي الصعب. أما دراسة بني عطا والزعبي (2018) فتوفر معلومات قيمة حول الصعوبات التي يواجهها الطلاب في تمثيل المفاهيم المرتبطة بالاشتقاق وحل المسائل المتعلقة به، مما يساعد في تطوير استراتيجيات تدريسية فعالة للتغلب على هذه التحديات. بناءً على هذه الدراسات، يمكن للبحث الحالي أن يساهم في تعزيز استراتيجيات تدريس الاشتقاق ودمج تقنيات جديدة تهدف إلى تحسين الفهم المفاهيمي لهذا المفهوم الرياضي لدى الطلاب.

أظهرت النتائج توجهات إيجابية لاستخدام الاستراتيجيات المختلفة في التعليم بعيداً عن الطرق التقليدية الجافة بشكل عام وفي تدريس الرياضيات بشكل عام. كما تساعد الدراسات السابقة الدراسة الحالية، من خلال وضع الأطر العامة لأدوات الدراسة. وفي تفسير النتائج التي نحصل عليها من البحث الحالي، فقد لاحظت الباحثة تناول جميع الدراسات للصعوبات المتعلقة بفهم المشتقات وأثر استخدام البرمجيات المختلفة في تحسن اتجاهات الطلبة نحو التعلم.كما استفادت الدراسة الحالية مع بعض الدراسات السابقة، من ناحية استخدام المنهج التجريبي مثل دراسة (جرادات وخصاونة، 2019) ودراسة هواتونج ومين دو (Minh&Tong.2021). كما تشابهت الدراسة الحالية مع بعض الدراسات التي استخدمت المنهجية النوعية، كما تتشابه الدراسة الحالية مع بعض الدراسات من ناحية المرحلة التعليمية التي أجريت عليها الدراسة وهي المرحلة الثانوية، وإلى دراسة المرحلة الجامعية وذلك نظراً لكون مرحلة التعليم الثانوي مرحلة حسّاسة، فالمرحلة الجامعية تعتمد بشكل أساسي على مرحلة التعليم الثانوي.كما لاحظت الباحثة ندرة الأبحاث التي تتناول موضوع تدريس المشتقات، وخاصة في المرحلة الثانوية وفي الدول العربية بشكل خاص، الأمر الذي كان دافعاً أساسياً في البحث في هذا الموضوع بشكل أكثر تعمقاً.

3- منهجية الدراسة وإجراءاتها.

1-3 منهج الدراسة:

تهتم الدراسة بعملية النقل الديداكتيكي لمفهوم المشتقة، ولفهم هذا الانتقال المعقد من الجبر إلى حساب التفاضل والتكامل في صفوف المدرسة الثانوية، فقد عزمنا على دراسة عملية النقل الديداكتيكي(Chevallard,1985)، بحيث تتمثل بالانتقال من المعرفة العلمية إلى المعرفة التي يجب تدريسها التي تشمل المناهج والكتب المدرسية وجميع أنواع المهام التي نتوقع أن يستطيع الطلبة حلها في نهاية دراستهم.وفي هذا البحث نناقش دور المعلم من خلال مراحل ثلاث للبحث: المقابلات مع المعلمين، ومراقبة ممارساتهم حول مفهوم المشتقة في الفصول الدراسية والأنشطة المقترحة مع الطلبة. من خلال تحليل فيديوهات ومنتجات مكتوبة. ومن خلال تحليل البيانات، وأيضاً من خلال الإطار النظري المُقدّم. والهدف من ذلك هو دراسة مدى دخول المنظور المحلي وتدخله في الممارسة الرياضية التي طوّرها المعلم في الفصل الدراسي.

انضم ثلاثة مدرسين إلى المشروع البحثي ممن لديهم خبرات عمل مختلفة في المدارس الثانوية الفلسطينية.وتمت مقابلة كل معلم، وبعد الموافقة على التعاون مع الباحثة، تم إظهار الرّغبة في اقتراح نشاط للطلبة، ولم يُكشف عن محتواه حتى لا يؤثر على ممارساتهم الطبيعية. ومع ذلك، وعدت الباحثة بمناقشة الأنشطة قبل اقتراحها في الحصص المطلوبة.

ولجمع بيانات الممارسات الحقيقية للمعلمين في الفصول الدراسية، اعتُمدت طريقة ملاحظة المشاركين التي تستخدم بشكل شائع في الأعمال الأنثروبولوجية، ولكن استخدامها لوحظ بشكل كبير في تعليم الرياضيات باعتبارها "الطريقة الأكثر شيوعًا لجمع وتفسير البيانات من الفصل الدراسي" (Arzarello &others 1998). وهذا ما حدث في كل فصل دراسي لمدة 10 ساعات من الدروس. وبعد موافقة المعلمين، قامت الباحثة بأخذ تصوير الدروس بالفيديو لتحليلها. وتم اختيار الأجزاء الأكثر أهمية من مقاطع الفيديو وتم قصها ونسخها. يتضمن النسخ جميع الموارد السيميائية المستخدمة: ليس فقط الكلام، ولكن أيضًا لقطات الشاشة للإيماءات والرسوم البيانية المرسومة. والرسومات والرموز المكتوبة وما إلى ذلك. وسيتم بالإشارة إلى المعلمين المشاركين بالأحرف (A,B,C) حفاظاً على الخصوصية.

2-3-تطبيق المنظور المحلي في تعليم الرياضيات

أولاً: المنهج المتبع في التحليل الخاص بالمعلمين الثلاثة

بعد مراقبة كل معلم في الفصل الدراسي أكثر من 10 ساعات من الدروس المسجلة بالفيديو. كان من الواضح أنه ليست كل ممارسة تستحق التحليل. لذلك فقد انصب تركيزنا على نوعين من التمارين وهما: $T_{tangent}$ و$T_{f'}$ بحيث نوضحهما كالتالي:

- $T_{tangent}$: ايجاد معادلة خط المماس لدالة عند نقطة معينه.
- $T_{f'}$: تمثيل دالة المشتقة.

أظهرت المقابلة الأولى أن هذين النوعين من المهام كانا بالغين في الأهمية والحساسية بالنسبة للمعلمين الثلاثة. وعادة ما يعملون عليها لإنجاز المهام التعليمية ذات الصلة بتقديم مفهوم المشتقة وتعزيز تصور دالة المشتقة. وبشكل خاص، فأن الاهتمام ينصب نحو تحليل المراحل التي من خلالها يقوم المعلم بتوجيه الطلبة إلى العمل الرياضي، من خلال إدخال أو بناء التقنيات خلال طرح موضوعي $T_{f'}$ و$T_{tangent}$.

ومن خلال تحليل دراسة الحالة التي تمت ملاحظتها في الفصل الدراسي للمدرسين (A,B,C)، يمكننا تفنيد عمليتي نقل تعليمي مختلفتين لمفهوم المشتقة بالشكل الآتي:

بالإشارة إلى نوع المهمة $T_{tangent}$، وهي تحديد معادلة خط المماس لدالة عامة في نقطة ما، فقد توصل المعلمان A,C إلى عملية مشابهة جدًا للعملية المدرجة في الكتاب المدرسي، وستتم الإشارة إليها بـ (نقل1) وتعني النقل التعليمي 1. وعلى العكس من ذلك، قام B بصياغة نقل تعليمي شخصي للمفهوم بشكل مختلف عن مفهوم الكتب المدرسية. ويمكننا اعتبار هذه الطريقة بمثابة نقل تعليمي مباشر للرياضيات سوف يشار إليها ب (نقل2) والتي تعني النقل التعليمي 2. وفي الجدول التالي (1)، تلخص الباحثة المرحلتين الرئيسيتين نقل1 ونقل2، وتكشف عن الاختلافات بينهما، فيما يتعلق بتنشيط المنظور المحلي.

جدول(1): المراحل الرئيسية لنقل1 ونقل 2 وتفعيل المنظور المحلي

النقل الديداكتيكي 1		
نقل غير مباشر للتعريف ميل خط المماس المعرف بأنه نهاية سلسلة من قواطع الدالة	الشرح بشكل يركز على القاطع المقدم (m_{pq}) كوسيط وكذلك h تقديم رمز النهاية على أنه: $\lim_{h\to 0} m_{pq}$	نقطي شامل محلي يتم نقله بواسطة رموز(lim) مبررة تبعاً للحركة
النقل الديداكتيكي 2		
نقل مباشر للتعريف ميل خط المماس المعرف بأنه أفضل تقريب خطي للدالة المطلوبة عند نقطة معينة	الشرح بشكل يركز على تعريف المماس تطبيق للمشكلة هندسياً (خاصية تكافؤ الدوال) التقنية بالرموز: $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{m(x-x_0)} = 1$ ومنه نستنتج قيمة m	محلي ينقلها المنطق المتأصل في فكرة التقريب الأفضل تم استخدام الرمز (lim) المستخدم في تطبيق آخر

3-3- تحليل ممارسات المعلمين في تدريس المشتقة:

بمقارنة عمليتي النقل التعليمي، يمكن ملاحظة أن البنية العملية لـ نقل2 تتميز بعنصر محلي قوي، يتم نقله بوضوح من خلال الموارد السيميائية للكلام والرسوم البيانية والإيماءات والرموز، مجتمعة معًا بكفاءة للتعبير عن فكرة التقريب. وليست هناك حاجة لفرض أي حركة، أو إدخال أي وسيط. وبتعبير أدق، تتضمن تقنية نقل1 سلسلة غير منتهية من القواطع التي تنتهي بالمماس. أما في نقل2، توجد عملية تكبير المنحنى إلى ما لا نهاية حتى الحصول على القطعة الماسّة له. وفي كلتا العمليتين، تم الوصول إلى رمز النهاية. ومع ذلك، فقد لاحظت الباحثة أن الوصول إلى النهاية يُفرض على الطالب بطريقة ما في نقل1، بينما يصل بطريقة عفوية في نقل2. ويقودنا هذا الاختلاف إلى استنتاج أن نقل2 يدفع بشكل طبيعي نحو المماس كنتيجة نهائية لـ عملية غير منتهية. ونتيجة لذلك، يبدو أن نقل2 أكثر كفاءة في تقديم المنظور المحلي لدالة ما، مما يسمح بسد الفجوة التي تم اكتشافها بين المعرفة النقطية والشاملة السابقة والخصائص المحلية مثل قابلية الاشتقاق.

وبالنسبة لمهمة إيجاد $T_{tangent}$، وجب التأكيد على نقطة أخرى على مستوى طريقة التدريس، تتعلق بالطريقة التي نفذ بها B النقل التعليمي مع طلابه. فقد أولى تعريف المماس أهمية كبيرة، وذلك بتخصيص درس كامل لمناقشة هذا الموضوع. وقد أدى هذا الاختيار التعليمي إلى فوائد مهمة بالنسبة لفهم الطلبة والقدرة على تطوير طريقة تعلم. إن المناقشة الجماعية للخصائص التي تميز خط المماس لمنحنى عام قد

سمحت للطلاب بتحرير أنفسهم من الاعتبارات النقطية والشاملة وبالتالي "فتح أعينهم" نحو منظور محلي. وأصبح المكون النظري للعملية الرياضية يرتكز بشكل كامل على تعريف محلي للمماس قام الطلبة بصياغته بأنفسهم واستوعبوه.

وبالتفكير في النوع الثاني من المهام التي تم تحليلها وهو إيجاد $T_{f^`}$، التي تمثل دالة المشتقة. فبقدر ما يتعلق الأمر بالمنظور المستخدم في هذه الحالة، بالنسبة لدالة المشتقة $f^`$ لـ f ، فهناك حاجة إلى التحول من التعريف النقطي لـ $f^`(x0)$ مثل $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ إلى التعريف الشامل لـ $f^`(x)$ كدالة. ويحدث هذا التحول عادةً في التمثيل الجبري، مع التقنية المكتوبة بالرموز المتمثلة في استبدال x_0 بـ x أولاً، ثم بالتمثيل البياني ثانياً.

وفي إطار التقنية الجبرية، يتغير منظور دالة المشتقة من منظور نقطي إلى منظور عام، بمعنى نقطية كلية. ولا تتطلب هذه التقنية أي اعتبارات محلية أخرى بشأن دالة البداية. حيث أن كتابة $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ يحافظ على رمز النهاية الذي ينقل مشاركة ذات منظور محلي ضمني لـ f .

بدلاً من ذلك، عندما يكون العمل على تقنية هندسية لتمثيل دالة المشتقة، يتم تسليط الضوء على بعض الخواص المحلية على دالة البداية من قبل المعلمين في الفصل الدراسي. على سبيل المثال، أدى إنشاء علاقة بين أصفار $f^`$ والنقاط الثابتة لـ $f$ إلى تصحيح بعض الأخطاء محليًا في الرسم البياني لـ $f$ . كذلك، فإن ربط نقاط انعطاف $f$ بالنقاط الحرجة ل $f^`$ أدّى إلى تحديد موضع إحداثيات القيم العظمى/الدنيا للمشتقة $f^`$ بشكل صحيح. ولذلك، فإن العمل على الرسم البياني للمشتقة قد عزز القراءة المحلية للرسم البياني لدالة البداية في جوار بعض النقاط المهمة (على سبيل المثال، القيم العظمى/القيم الدنيا والنقاط الحرجة والانعطاف).

ومن ثم، فمن بين جميع الموارد السيميائية الداعمة، فإن المصدر الذي يبدو أساسياً لدعم تبني منظور محلي للدوال وهو الرسم البياني، بشرط أن يكون مصحوباً بمزيج مناسب من الكلام والإيماءات. في هذه الحالة، تهدف الحزمة السيميائية الناتجة من (الكلام + الرسم البياني + الإيماءات) إلى تعليم الطلبة كيفية "النظر محلياً" إلى الرسم البياني، مما يعزز بطريقة فعالة منظوراً محلياً للدالة الممثلة. وقد تم تلخيص التقنيات المتبعة من المعلمين الثلاثة في الجدول التالي (2):

جدول(2): المحتوى العلمي المعطى بواسطة كل معلم قبل اقتراح النشاط

المعلم A	المعلم B	المعلم C
*مشكلة خط المماس ومشكلة السرعة اللحظية *ميل خط المماس كنهاية ميل القاطع للدالة. *ميل المماس= $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f^`(x_0)$ *معادلة خط المماس للدالة f عند نقطة الاحداث السيني $x_0$: $y-f(x_0)=f^`(x_0)(x-x_0)$ *تحديد مشتقة الدالة f(x) عند نقطة x_0. *دالة المشتقة كمشتقة f(x) عند نقطة عامة x. *مشتقة ثانية كمشتقة المشتقة: العلاقة بين إشارة ``f وتقعر f. *نقاط عدم الاشتقاق. *حساب المشتقة لبعض الدوال الأولية. *التمثيل البياني لدالة المشتقة.	*تعريف خط المماس بأنه الخط المستقيم الذي يمثل أفضل تقريب للدالة عند نقطة. *التعريف البديل للمماس بأنه النهاية للخط القاطع للدالة. *ميل خط المماس على أنه $=\lim_{x\to x0}\frac{f(x)-f(x0)}{x-x0} = f^`(x_0)$ *معادلة خط المماس للدالة ق عند النقطة $x_0$ $y-f(x_0)=f^`(x_0)(x-x_0)$ *نقاط عدم الاشتقاق * $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f^`(x_0)$ *حساب المشتقة لبعض الدوال الأولية. *دالة المشتقة كأداة تربط x تلقائياً مع قيمة الميل لخط التماس للدالة عند x. *النظريات المتعلقة بالعمليات الحسابية على المشتقات.	*مراجعة معادلة المماس بالنسبة للدائرة. *ميل المماس كنهاية القاطع للدالة f. *تحديد ميل المماس بأنه نهاية ميل القاطع بحيث أن $م_{المماس}$= $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ *تعريف مشتقة الدالة f عند نقطة x_0. ميل المماس= f`(x0) *معادلة خط المماس والخط المستقيم. *الفرق بين f`(x) و f`(x_0) عند نقطة x عامة. *حساب المشتقة لبعض الدوال الأولية. *النظريات المتعلقة بالعمليات الحسابية على المشتقات. *دالة المشتقة باعتباره ميل المماس في أي نقطة x في المجال وجميع الاتجاهات الممكنة في حال تغير النقطة على الدالة. * نقاط عدم الاشتقاق. *العلاقة بين إشارة المشتقة ومعدل تغير f.

المعلم C	المعلم B	المعلم A
*المشتقة الثانية وعلاقة إشارتها بتقعر f. *استنتاج الرسم البياني للمشتقة من الرسم البياني للدالة	*- تطبيق المشتقة لدراسة الدالة - شرح موجز للرسم البياني لدالة المشتقة باستخدام GeoGebra	*النظريات المتعلقة بالعمليات الحسابية على المشتقات.

3-4-تحليل النشاط المقترح للطلبة:

إن الهدف من النشاط المقترح هو الحصول على نظرة ثاقبة لتأثير الممارسات العملية للمعلم في العمل المستقل للطلبة. وبشكل خاص، التركيز على التقنيات والعمليات الرياضية المستخدمة ووجهات النظر المنشطة والموارد السيميائية المستخدمة لحل المشكلات.

3-5-عينة الدراسة وخلفياتهم الثقافية:

بالنسبة للطلبة المشاركين في الأنشطة فهم يدرسون في السنة الأخيرة من المدرسة الثانوية العلمية. تراوحت أعمارهم بين 18و 19عامًا (الصف 12). وتم اقتراح النشاط على كل فصل دراسي بعد حوالي 10 ساعات من الدروس حول موضوع المشتقة.

3-5-1-جمع بيانات الطلبة:

يقوم الطلبة بحل النشاط من خلال العمل في مجموعات صغيرة مكونة من 3-4 أشخاص. ولتشجيع المناقشة في المجموعة طلبنا من المعلم تكوين مجموعات متجانسة، بحيث يكون الأفراد على مستوى متماثل من الكفايات. وتكونت البيانات التي تم جمعها من الإنتاج الخاص بالطلبة وملاحظات المعلم فيما يتعلق بتبادل الأفكار وردات الفعل التي أدت إلى النتاج النهائي.

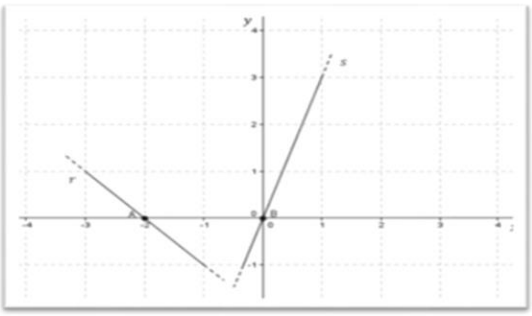
3-5-2-طبيعة النشاط:

تم تصميمه خصيصًا حول حالة التماس وترجمتها الجبرية.

الوصف:

يستمر النشاط لمدة ساعة واحدة، يتألف من مشكلتين، ويطلب من الطلبة حلها وتقديم مبرر كتابي لتبريرهم.

تعتمد المشكلة الأولى على نوع المهمة التالية: تحديد معادلة الدالة التي تتقاطع مع محور السينات في نقطتين محددتين، ومعرفة خطوط المماس في هاتين النقطتين. ويتم اقتراح هذه المهمة في صيغتين مختلفتين: الرسم البياني (أ) وصيغة بالرموز(ب). في المسألة الثانية، يفترض أن يجد الطلبة الصيغة الجبرية لتماس المنحنيين. بتعبير أدق، يتعين عليهم تحديد القيمة الدقيقة للمعامل k التي تكون فيها الدالة g، التي تعتمد معادلتها على k، مماسًا لدالة معينة أخرى f ، ثم تحديد إحداثيات نقطة التماس. وهذان نوعان من المسائل، بحيث يعتمد السؤال الثاني على الأول، كما يلي:



- لديك الدالة f : إذا علمت أن تمثيلها البياني يمر بالنقطتين A,B وبأنه تمس الخط المستقيم r في A، ولخط المستقيم s في النقطة B.أكتب معادلة هذا الدالة.

- لديك الدالة f : إذا علمت أن $x_1=-2$ ،$x_2=0$ هما إحدى أصفار الدالة ،وأن المنحنى الذي معادلته $y=f(x)$ يمس الخط المستقيم $r: x+y+2=0$ في x_1 ،ويمس الخط المستقيم $s:3x-y=0$ في x_2 .أكتب المعادلة المحتملة $y=f(x)$ لهذا الدالة.

الشكل (1): السؤال الأول

- نقول إن المنحنيين يكونان متماسين في إحدى نقاطهما المشتركة ،إذا وفقط إذا كان لهما نفس خط المماس في تلك النقطة. حدد القيمة الدقيقة للمعامل k > 0، بحيث يكون المنحنى مماساً مع المعادلات:

$$g(x) = ln\, x \text{ و } f(x) = kx^2$$

وما هي إحداثيات نقطة التماس؟

الشكل(2): السؤال الثاني

في تحليل الباحثة لإجابات الطلبة، فهي تركز على المنظورات التي ينشطها الطلبة، خاصة عندما يتعين عليهم استخدام العلاقة محلي_نقطي. علاوة على ذلك، يتركز الاهتمام حول الموارد السيميائية التي يستخدمها الطلبة لدعم وجهات نظرهم.

نتائج النشاط المقترح:

طلبة المعلم A

يقدم الجدول(3) نظرة عامة على العمل الذي قامت به المجموعات F وE وD وC وB وA

الجدول (3): نتائج طلبة المعلم A

	استخدام العلاقة(*)		المصادر السيميائية
السؤال الأول	نظام معادلات	A,B,D,E,F	تمثيل بياني، رموز
		C	رموز
	دالة مجزأة		
السؤال الثاني	نظام معادلات	A,B	تمثيل بياني، رموز
		C,D,E,F	رموز

لاحظ أن جميع المجموعات تمكنت من استخدام العلاقة $f`(x_0) = m_{tg}$ في x_0 لحل المشكلة 1. لقد افترضوا جميعاً كنظام مكون من 4 معادلات في 4 مجاهيل. وقامت مجموعتان فقط من أصل ثمانية بمحاولة أولى باستخدام دالة غير تكعيبية. حاولت المجموعة A الحل باستخدام القطع المكافئ، بينما حاولت المجموعة F باستخدام دالة متجانسة تمر من خلال A وB وتكون مماسة لـ r وs.

تأثير طريقة المعلم A

لا يحتاج طلبة المعلم A إلى أي نظرة محلية لـ f لتنشيط منظور نقطي شامل ومنظور نقطي على دالة المشتقة. فنلاحظ أنه في كثير من الأحيان، عندما يكتبون x جبرياً باستخدام تمثيلات الدوال المعنية ومشتقاتها، ويمكننا رؤية x كعلامة نقطية كلية أو كعلامة نقطية، وذلك وفقاً لهدفهم. كما يستخدمون موارد سيميائية أخرى لتحديد ما إذا كانت x هي في الواقع x معينة. على سبيل المثال، تستخدم المجموعة "A" إيماءة تشبه تلك التي استخدمها "A" للإشارة إلى نقطة محددة x_0. أما المجموعة G فتستخدم الرسم البياني لتحديد أن قيم x التي يتم فيها حساب المشتقة هي قيم معينة، حتى لو استمروا في استخدام الإشارة العامة x. وقد يعود ذلك للطريقة التي قدم بها A التحول من العلامة النقطية x_0 إلى العلامة العامة x، متحدثاً عن دالة المشتقة الأمر الذي يشير إلى أن الطلبة قد استوعبوا القدرة على الانتقال من x معينة أو x عامة اعتماداً على ما يبحثون عنه.

طلبة المعلم B

الجدول (4): نتائج طلبة B في النشاط

	استخدام العلاقة (*)		المصادر السيميائية
السؤال الأول	نظام معادلات	A,B,E,F	تمثيل بياني، رموز
	دالة مجزأة	C,D	
السؤال الثاني	نظام معادلات	A,B,C,D	تمثيل بياني، رموز
		F	رموز

يمكننا أن نلاحظ أن جميع المجموعات تمكنت من استخدام العلاقة $(x0)$`f $m_{tangent}$ = في x_0 (*) لحل المشكلة 1. اثنتان منهم استخدمتا دالة مجزأة وهما المجموعتان عاليتا المستوى. بحيث تكون حل المجموعة C من دالة أسية وقطع المكافئ، بينما قدمت المجموعة D دالة تتألف من الخطين المستقيمين المعطين كحل. كما قامت جميع المجموعات، باستثناء المجموعة C، بمحاولة أولى باستخدام قطع مكافئ يمر عبر A وB ومماسًا لـ r وs.

تأثير طريقة المعلم B

لاحظنا أن طلبة B يدركون جيدًا مفهوم المشتقة كدالة لـ x. ويظهرون أن لديهم منظورًا شاملا للكتابة الجبرية مثل "$m[f(x)] =$ 3" أو "$m[f(x)] = 2kx$"، خلال قراءتها تحت منظور نقطي عام. فيبدو أنهم استوعبوا فكرة دالة المشتقة كمشتقة "عند أي x"، "لجميع x". ويمكن أن يكون ذلك نتيجة لحقيقة أن B قد أدخل هذه الفكرة معطيًا لـ x_0 دورًا نقطياً عاماً على الفور (انظر الفقرة الفرعية "بناء التقنية جبرية". أما بالنسبة للمنظور المحلي لـ f ، فإن بعض الطلبة، مثل طلبة المجموعة A، يتذكرون أن التماس هو خاصية محلية. مما يساعدهم في رسم أجزاء من الدالة بطريقة تجعلها مماسة للخطوط المستقيمة المحددة. وبالتالي، فإن المنظور المحلي لـ f يظهر بشكل أساسي من خلال الإيماءات على الرسم البياني.

طلبة المعلمة C

الجدول(5): نتائج طلبة المعلمة C

	استخدام العلاقة (*)		المصادر السيميائية
السؤال الأول	نظام معادلات	A,B,C,E	تمثيل بياني، رموز
		D	رموز
	دالة مجزأة		
السؤال الثاني	نظام معادلات	B	تمثيل بياني
		C,D,E	رموز

قام جميع الطلبة بحل المشكلة رقم 1، لكن المجموعتين عاليتي المستوى D وE فقط هم من أكملوا حل المشكلة رقم 2. واستخدمت كل المجموعات نظام المعادلات لحل المهمة الأولى.

تأثير طريقة المعلم C

لاحظنا أن طلبة المستوى المنخفض لدى المعلمة C لديهم صعوبات في تذكر العلاقة (*) وتطبيقها. وقد يعود ارتباكهم هذا لحقيقة رؤيتهم لميل المماس في سياقات مختلفة، مع تعبيرات مختلفة ومتسلسلة على ما يبدو. ومع ذلك، يحاولون تكوين منظور محلي حول الدالة، مصحوبة بإيماءات على الرسم البياني الذي لديهم لتحليل الوضعية المكتوبة بالرموز، ولكن مثل هذا المنظور المحلي الضمني لا يجعلهم يتذكرون الطريقة التي طبقت في الفصل الدراسي على ميل المماس. أما الطلبة ذوي المستوى العالي، فقد فهموا العلاقة (*)، فتذكروها وطبقوها بشكل صحيح، ونتج عن ذلك القدرة على كتابة الصيغة بطريقة نقطية عامة، ولكن بعد ذلك قراءتها من منظور نقطي. وتصبح الإشارة النقطية العامة x في المعادلة الرمزية التي تتضمن المشتقة هي الإحداثي المحدد المطلوب.

4- النتائج ومناقشتها

من خلال تحليل أنشطة الطلاب، وحول تساؤلنا عن ماهية الطرق التي يمكن بها للتطبيقات العملية المختلفة التي تم تطويرها في الفصل الدراسي أن تؤثر على التطبيقات العملية للطلاب، من حيث المنظور المحلي، فربما تكون هناك حاجة إلى نهج مختلف مع الطلاب، من أجل الحصول على رؤى حقيقية حول اكتسابهم للمنظور المحلي حول الوظائف. فهو يفتح اتجاهاً جديداً قد يتبعه البحث في المستقبل. ومع ذلك، تم اختيار بعض الأمثلة من نتاج الطلاب، وبالاعتماد عليها، تم اكتشاف بعض الآثار المترتبة على التدريس المتعلقة بنتائج الأبحاث السابقة.

علاوة على ذلك، فقد أظهر الرسم البياني إمكانية جيدة لنقل المنظور المحلي للدوال (الخصائص المحلية). ومع ذلك، فإن تفعيلها يجب أن يوجه بشكل صحيح من قبل المعلم، من خلال تنسيقها مع الموارد السيميائية الأخرى. بشكل خاص، يجب توجيه الطلبة إلى الإثبات بواسطة الرسم البياني في جوار نقطة ما. ولهذا، فإن فكرة " المنظور المحتمل"، الموضحة في الفقرة السابقة، يمكن أن تكون مفيدة للمعلم لتحقيق هدف مزدوج، فمن ناحية اختيار المصادر السيميائية الأكثر ملائمة لتقديم المنظور المحلي للدوال. ومن ناحية أخرى، التعرف على ما إذا كان الطالب قد استنتج منظوراً محلياً وما إذا كان يستخدمه.

وكملاحظة أخرى، نود أن نضيف أنه على الرغم من تلقي طلاب B لـ طريقة النقل العلمي 2، فإنهم لم يظهروا منظوراً محلياً قوياً بشكل خاص حول الدوال كما كنا نتوقع. فالتعليم من منظور محلي يحتاج إلى الوقت والعمل ضمن سياقات مختلفة وأنواع مختلفة من المهام، لمعرفة آثار التعلم على الطلاب، أي يجب أن يتم تقديمه قبل مفهوم الاشتقاق بدءاً من فكرة النهايات وأن يتخلل العملية التعليمية في حساب التفاضل والتكامل.

ومن خلال استعراض الدراسات السابقة ونتائجها، يظهر أن الطلاب يحتاجون إلى استراتيجيات تدريس مرنة تأخذ في الاعتبار التنوع في أساليب التعلم والفهم لديهم، وأن الفجوة بين الطرق التقليدية والمنهجيات الحديثة يمكن أن تُسد من خلال إدخال تقنيات متعددة من التعلم النشط، مثل التطبيقات البرمجية والتمثيلات البيانية. وبالتالي، يساهم هذا في تحسين فهم الطلاب للمفاهيم المعقدة مثل المشتقات ويعزز الأداء الأكاديمي لديهم، كما يبين ما تم التوصل إليه في العديد من الدراسات التي ناقشت أثر استراتيجيات التعلم المختلفة في فهم مفاهيم التفاضل والتكامل.

إجمالًا، يمكن القول إن الدراسة الحالية تدعم العديد من النتائج التي أظهرتها الدراسات السابقة، حيث تؤكدعلى الحاجة الماسة إلى تنوع الأساليب التعليمية وتعزيز استراتيجيات التدريس لتسريع وتحسين فهم الطلاب في موضوعات التفاضل والتكامل، وخاصة في السياقات المحلية.

وبشكل خاص، غالباً ما تتم دراسة فكرة المماس ومناقشتها في تعليم الرياضيات. وإن عدم إيصال هذا المفهوم بمنظور محلي يصنع فجوة واضحة بين التقنيات والمنظورات القديمة وحسابات التفاضل والتكامل المحلية الجديدة أكثر وضوحاً وذلك لأن الطلبة قد واجهوها بالفعل في سياق هندسي، مع تطوير التقنيات الجبرية لوجهات نظر نقطية وشاملة فقط، ولذلك يجب العمل على تطوير أساليب تعليمية ترتكز على الفهم العميق للمفاهيم الرياضية من خلال المنظور المحلي.

التوصيات والمقترحات.

1- تطوير النهج المتبع في تدريس حساب التفاضل والتكامل، بدءًا من الاتصال والنهايات، انتقالاً إلى المشتقات والتكامل، مع التركيز على الجانب المحلي.

2- ضرورة قيام المعلم بتفعيل المنظورات الثلاثة (المحلي، والنقطي، والعام)، في تدريس المفاهيم الرياضية في الرياضيات، وبالذات المنظور المحلي.

3- العمل على إدخال التكنولوجيا في التعليم الثانوي للتفاضل والتكامل في الرياضيات، مثل برنامج جيوجيبرا نظراً لأهمية العنصر التكنولوجي الكبيرة في تفعيل المنظورات حول الدوال.

4- ضرورة اهتمام المعلم بالتركيز على الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية، وعلى أهمية إدراك ارتباطها بالمفاهيم الرياضية الأخرى.

5- العمل على صوغ المسائل والتمارين بطريقة تجعل الطالب قادراً على تمثيل المفهوم فيزيائياً وهندسياً وأهمية ربطها بالحياة الواقعية، وخاصة مفهوم المشتقة.

6- تنظيم دورات تدريبية لتطوير المعلمين مهنياً، قبل وأثناء الخدمة، وتعريفهم بأهمية المنظورات المفعلة على الدوال وأهمية الحزمة السيميائية المرافقة في تكوين المفهوم الرياضي الشامل في ذهن الطالب.

7- استناداً إلى ما لمسته الباحثة أثناء الدراسة تبين وجود فجوة بحثية في الموضوع ولذا تقترح إجراء دراسات في الموضوعات التالية:

1. بتفعيل المنظورات الثلاثة (المحلي، والنقطي، والعام)، في تدريس المفاهيم الرياضية في الرياضيات، وبالذات المنظور المحلي.
2. أبحاث تعنى بالتركيز على الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية، وعلى أهمية إدراك ارتباطها بالمفاهيم الرياضية الأخرى.
3. العمل على صوغ المسائل والتمارين بطريقة تجعل الطالب قادراً على تمثيل المفهوم فيزيائياً وهندسياً وأهمية ربطها بالحياة الواقعية، وخاصة مفهوم المشتقة.
4. تكرار الدراسة في سياق المعنى الذي يبنيه الطلبة للجانب المحلي من مفاهيم وخصائص في حساب التفاضل والتكامل بجميع مفاهيمه وليس فقط المشتقة، وذلك لتعميم النتائج.
5. تعتبر الدراسة ذات قيمة لواضعي المناهج والباحثين والمدرسين والطلاب. حيث أن، الكشف عن واقع تدريس المشتقات من ناحية طرق التدريس وعناصر التقييم والنموذج المقترح وورقة الأنشطة يعتبر ذو قيمة كبيرة بالنسبة لهم حيث يمكن استخدامها كنقطة انطلاق لمزيد من الأبحاث والتطور.

قائمة المراجع.

أولاً-المراجع بالعربية:

- بني عطا، رشا عبد الرحمن محمد، والزعبي، علي محمد علي. (2018). مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن والصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل عليها .*مجلة جامعة القدس المفتوحة: للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية*، 8(24)، 139-152.
- جرادات، سوسن، وخصاونة، أمل. (2019). فاعلية التدريس وفق موقع ويب تعليمي-تعلّمي مقترح في تنمية الفهم المفاهيمي في أساسيات مقرر حساب التفاضل والتكامل لدى طلبة السنة الجامعية الأولى .*مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية*، 27(4)، 472-499.
- السلولي، مسفر. (2013). استقصاء المعرفة المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية .*مجلة رسالة التربية وعلم النفس*، 40، 41-57.
- الشامي، أحمد. (2006).*التفاضل والتكامل في الفيزياء* .القاهرة: دار الفاروق.
- الطراونة، عوض فائق، وخصاونة، أمل عبد الله. (2018). معتقدات معلمي الرياضيات وعلاقتها بممارساتهم التدريسية .*مجلة دراسات (العلوم التربوية)*، 45(3)، 290-310.
- عرفة، عمايرة، صبح، الشرفات، جوهر، والخطيب. (2017) .*الرياضيات: المستويان الثالث والرابع، المرحلة الثانوية، الفرع العلمي* .عمان: وزارة التربية والتعليم، إدارة المناهج والكتب المدرسية.
- غريب، عبد الكريم. (2006). *المنهل التربوي* .الدار البيضاء: مطبعة النجاح الجديدة.
- نجيب، حسين. (2008). *الرياضيات التحليلية وتطبيقاتها* .القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

ثانياً-المراجع بالإنجليزية:

- Adams, M. S. (2013). *Students' Conceptual Knowledge of Limits in Calculus: A Two-Part Constructivist Case Study* (Doctoral dissertation, The University of North Carolina at Charlotte). ProQuest LLC.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9*(1), 267–300.
- Atasoy, D. (2021).. (2021). The Attitudes of Students in the Department of Mathematics on the Subject of Derivatives. The Attitudes of Students in the Department of Mathematics on the Subject of Derivatives, 1(44-7), 125–138.Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 67–101.
- Furinghetti, F., & Morselli, F. (2011). Beliefs and beyond: Hows and whys in the teaching of proof. *ZDM, 43*(4), 587–599.
- Ge, Zihao. (2024). The Application of Calculus in Physics. Science and Technology of Engineering, Chemistry and Environmental Protection.
- Hong, D. S., & Lee, J. K. (2022). Contrasting cases of college calculus instructors: their preferences and potential pedagogy in teaching derivative graphs. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 55. 1-20.
- Kleinberg, E. (1979). *Infinitesimal Calculus*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Kouki, R., & Griffiths, B. J. (2021). Semiotic aspects of differential equations: Analytical and graphical competency in the USA and Tunisia. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 25*(2), 174–184.
- Legaspino, Daphne & Acorda, Pilar. (2024). MOTIVATED STRATEGIES FOR SELF-REGULATED LEARNING IN CALCULUS IN RELATION TO SELECTED VARIABLES. EPRA International Journal of Multidisciplinary Research (IJMR). 187-194. 10.36713/epra18078.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *ZDM,* 43(4), 457–469.
- Sebsibe, A. S. (2019). Assessment of students' conceptual knowledge in limit of functions. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* 2(15),1-15.
- Vandebrouck, F. (2011a). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, 16*, 149–185.

- Vandebrouck, F. (2011b). Students' conceptions of functions at the transition between secondary school and university. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Conference of European Researchers in Mathematics Education* (pp. 2093–2102). University of Rzeszów, Poland.
- Wang, Tszching. (2024). From infinitesimal to calculus: Leibniz and Newton’s different perspectives. Science and Technology of Engineering, Chemistry and Environmental Protection (10) 1.
- Zakaria, E., & Adnan, M. (2010). Exploring beliefs of preservice mathematics teachers: A Malaysian perspective. *Journal of Asia Social Science, 6*(10), 152–159.

ملاحق الدراسة

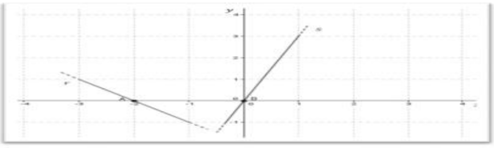
نشاط

اسم الطالب:

المجموعة:

عزيزي الطالب، لديك سؤالين نرجو منك حلهما مع تبرير اجابتك وتحديد الطريقة التي اتبعتها :

السؤال الأول:



- لديك الدالة f : إذا علمت أن تمثيلها البياني يمر بالنقطتين A,B وبأنه تمس الخط المستقيم r في A، ولخط المستقيم s في النقطة B.أكتب معادلة هذا الدالة.
- لديك الدالة f : إذا علمت أن $x_1=-2$، $x_2=0$ هما إحدى أصفار الدالة ،وأن المنحنى الذي معادلته $y=f(x)$ يمس الخط المستقيم $r: x+y+2=0$ في x_1 ،ويمس الخط المستقيم $s:3x-y=0$ في x_2 .أكتب المعادلة المحتملة $y=f(x)$ لهذا الدالة.

السؤال الثاني :

- نقول إن المنحنيين يكونان متماسين في إحدى نقاطهما المشتركة ،إذا وفقط إذا كان لهما نفس خط المماس في تلك النقطة. حدد القيمة الدقيقة للمعامل $k > 0$، بحيث يكون المنحنى مماساً مع المعادلات:

$$g(x) = \ln x \text{ و } f(x) = kx^2$$

وما هي إحداثيات نقطة التماس؟

بالتوفيق للجميع